

Информация для размещения на официальном сайте ГБПОУ «Светлоградский  
региональный сельскохозяйственный колледж»

Для электронного обучения

Группа	<b>208</b>
Дата	<b>27.11.2021 за 3.11.21</b>
Время	<b>8.10 – 9.30</b>
Наименование УД/МДК/УП/П П	<b>математика</b>
Ф.И.О. преподавателя	Кириченко С.Ю.
Электронная почта	kirichenko2670@mail.ru
Основная литература	Учебник для студ. СПО «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» Башмаков М.И. Элементы высшей математики : учебник / Гончаренко В.М., Липагина Л.В., Рылов А.А. — Москва : КноРус, 2020. — 363 с. — (СПО). — ISBN 978-5- 406-01472-1. — URL: <a href="https://book.ru/book/935921">https://book.ru/book/935921</a> — Текст : электронный.
Тема	2 – 96 – «Нахождение производных функции 2-х переменных»
Задание	<p><b><u>Частные производные функции нескольких переменных.</u></b></p> <p><i>Частной производной</i> функции нескольких переменных по какой-нибудь переменной в рассматриваемой точке называется обычная производная по этой переменной, считая другие переменные фиксированными (постоянными).</p> <p>Рассмотрим функцию двух независимых переменных <math>z = f(x; y)</math>. Придадим аргументу <math>x</math> приращение <math>\Delta x</math>, оставляя <math>y</math> неизменным. В этом случае функция получит частное приращение <math>\Delta_x z = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)</math>.</p> <p><b>Определение.</b> Предел отношения частного приращения функции к приращению соответствующего аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю</p> $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$ <p>называется <b>частной</b> производной от <math>z</math> по <math>x</math> и обозначается следующим образом:</p> $\frac{\partial z}{\partial x}; z'_x; f'_x(x, y).$ <p>Аналогично определяется частная производная по <math>y</math> и вводятся ее обозначения:</p> $\frac{\partial z}{\partial y}; z'_y; f'_y(x, y).$

Функция трех независимых переменных  $u = f(x; y; z)$  имеет

три частных производные первого порядка:  $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}$ .

*Пример 1.* Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  следующей функции

двух переменных:  $z = x^3 + 3x^2y - y^2$ .

Решение. Так как частные приращения функции получаются при изменении только одного аргумента, то для нахождения частной производной пользуются правилами дифференцирования функций одной переменной. При нахождении производной данной функции по переменной  $x$  считаем постоянной величину  $y$ ; при дифференцировании по  $y$  постоянной будем считать  $x$ :

$$y\text{-const} - \frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 + 6xy; \quad x\text{-const} \frac{\partial z}{\partial y} = 3x^2 - 3y^2.$$

Как уже отмечалось *полным приращением функции*  $z = f(x; y)$  при переходе от точки  $M_0$  к точке  $M$  называется выражение:  $\Delta z = f(x_0 + \Delta x; y_0 + \Delta y) - f(x_0; y_0)$ . Если данное приращение можно представить в виде:

$$\Delta z = A\Delta x + B\Delta y + \alpha(\Delta x, \Delta y)\Delta x + \beta(\Delta x, \Delta y)\Delta y,$$

где  $A$  и  $B$  не зависят от  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , а  $\alpha(\Delta x, \Delta y)$  и  $\beta(\Delta x, \Delta y)$  стремятся к нулю при стремлении к нулю  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , то функция  $z = f(x; y)$  называется дифференцируемой в точке  $(x_0; y_0)$ , а линейная часть  $A\Delta x + B\Delta y$  приращения функции называется *полным дифференциалом* этой функции и обозначается  $dz$ :

$dz = A\Delta x + B\Delta y$ . Для независимых переменных  $x$  и  $y$  полагают  $\Delta x = dx$  и  $\Delta y = dy$ . Поэтому полный дифференциал записывают также в виде

$$dz = A dx + B dy, \text{ где } A \text{ и } B \text{ можно найти по формулам: } \frac{\partial z}{\partial x} = A;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = B.$$

*Пример 2.* Найти полный дифференциал функции

Решение. Находим частные производные:

$$y\text{-const} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{5(9x - 2y) - 9(5x + 3y)}{(9x - 2y)^2} = \frac{45x - 10y - 45x - 27y}{(9x - 2y)^2} = -\frac{37y}{(9x - 2y)^2};$$

	<p><math>x-const</math></p> $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{3(9x - 2y) + 2(5x + 3y)}{(9x - 2y)^2} = \frac{27x - 6y + 10 + 6y}{(9x - 2y)^2} = \frac{37x}{(9x - 2y)^2}.$ <p>Полный дифференциал данной функции равен:</p> $dz = -\frac{37y}{(9x - 2y)^2} dx + \frac{37x}{(9x - 2y)^2} dy.$ <p>При достаточно малых <math>\Delta x</math> и <math>\Delta y</math> для дифференцируемой функции <math>z = f(x; y)</math> справедливы приближенные равенства:  <math>\Delta z \approx dz</math> и <math>f(x + \Delta x; y + \Delta y) = f(x; y) + dz,</math>  поэтому полным дифференциалом функции двух переменным можно пользоваться при приближенных вычислениях приращений функций, используя формулу:</p> $f(M_1) \approx f(M_0) + f'_x(x_0; y_0)\Delta x + f'_y(x_0; y_0)\Delta y \quad (1)$
Контрольный тест	

Дата: 26.11.21.

Кириченко С.Ю. / Ф.И.О. преподавателя /